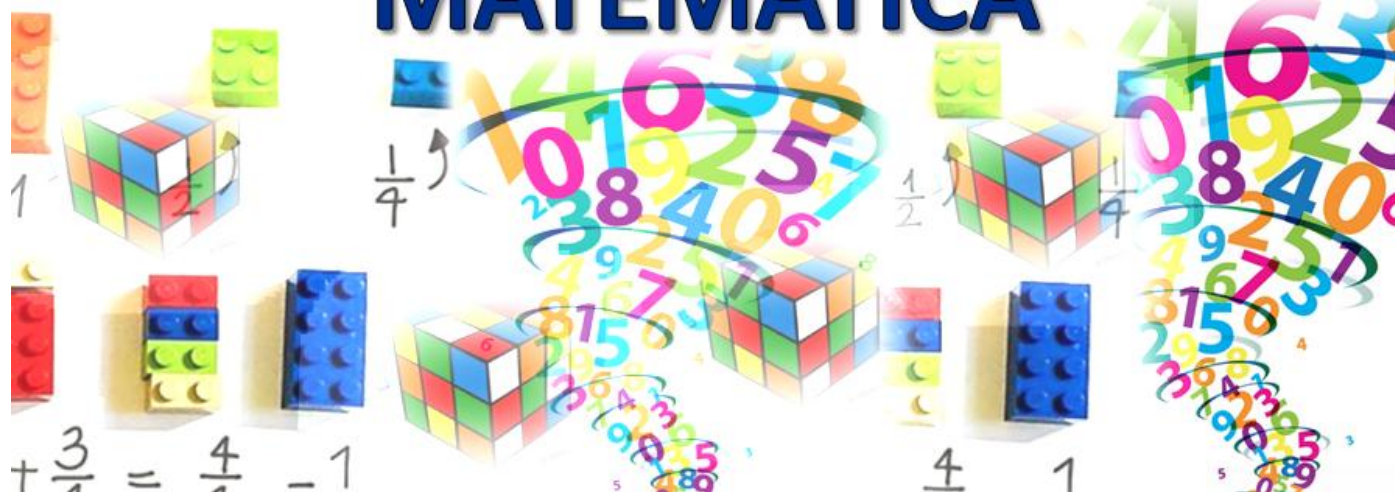




Matemática e suas Tecnologias

MATEMÁTICA



CADERNO DO ALUNO M1-2



MÓDULO 1

PARTE 1

TEMA DE ESTUDO

Bases de numeração; análise combinatória e sequências numéricas; mínimo múltiplo comum (m.m.c.) e máximo divisor comum (m.d.c.); teoria dos conjuntos; regras de três simples e composta.

COMPREENDENDO A COMPETÊNCIA

Competência 1 Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.

Refere-se à capacidade de perceber a importância dos números como forma de linguagem e como representação da realidade. Saber o que motivou a criação dos números, suas utilidades nos processos sociais e a evolução de suas representações constituem o primeiro passo no caminho de uma aprendizagem prazerosa da Matemática.



Essa **competência** engloba as **habilidades 1, 2, 3, 4 e 5**.

SITUAÇÕES-PROBLEMA E CONCEITOS BÁSICOS

E se todos nós tivéssemos 8 dedos nas mãos?

O sistema de numeração que utilizamos atualmente é o **sistema decimal**, o que significa dizer que cada unidade em uma casa corresponde a 10 unidades da casa imediatamente à direita. É um sistema em que o valor do algarismo utilizado pode variar de 0 a 9, dependendo da posição em que se situa no número. Por exemplo, no número 2384, os algarismos 2, 3, 8 e 4 representam, respectivamente, 2000, 300, 80 e 4 unidades. Desse modo, podemos escrever:

$$\begin{aligned}
 2384 &= 2000 + 300 + 80 + 4 = \\
 &= 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0
 \end{aligned}$$

No número 4238, cada algarismo tem um significado diferente do exemplo anterior: 4, 2, 3 e 8 representam, agora, 4000, 200, 30 e 8 unidades, respectivamente, de modo que podemos escrever:

$$\begin{aligned}
 4238 &= 4000 + 200 + 30 + 8 = \\
 &= 4 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0
 \end{aligned}$$

Muitos acreditam que esse sistema foi adotado pelo homem devido ao fato de termos 10 dedos nas mãos, que eram usados na tarefa de contagem de diversas coisas. E se tivéssemos 8 dedos nas mãos? Como seria nosso modo de contar?

Muito provavelmente contaríamos em outro sistema, trocando a base 10 pela base 8. Os algarismos seriam apenas 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7, e nossa contagem seria:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 20, ..., 74, 75, 76, 77, 100, 101, ...

Estranho, não é mesmo?

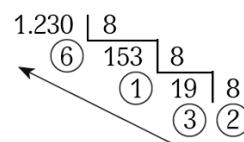
E como podemos fazer a relação entre os sistemas mencionados? Como escrever um número, inicialmente representado na base 8, no sistema de base 10? E o processo inverso?

Mudança da base 8 para a base 10

$$\begin{aligned}
 (2316)_8 &= 2 \cdot 8^3 + 3 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 = \\
 &= 1024 + 192 + 8 + 6 = 1230 \text{ (base 10)}
 \end{aligned}$$

Mudança da base 10 para a base 8

Para escrever, por exemplo, o número 1230, que está na base 10, na base 8, devemos fazer divisões sucessivas por 8, até que esta operação não seja mais possível.



A partir daí, o número, na base 8, será obtido escrevendo, da esquerda para a direita, o último quociente e os restos das divisões (na ordem indicada pela seta).

$$1230 = (2316)_8$$

Esses processos podem ser usados para mudança entre o sistema decimal e um outro sistema de numeração.

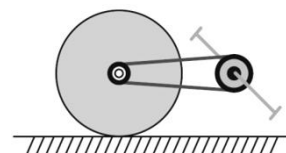
Como exemplo de sistema de numeração muito utilizado, podemos citar o sistema binário (base 2), que apresenta somente os algarismos 0 e 1, muito aplicado na área de computação.

A evolução das bicicletas

Você já andou em uma bicicleta de marchas? Sabe como o sistema funciona? O que significa dizer que uma bicicleta tem 24 marchas? Esse meio de transporte tão utilizado, seja para ir ao trabalho, escola ou para diversão, foi inventado com um mecanismo de uma única marcha, como representado abaixo:



Bicicleta de uma marcha



Esquema de funcionamento

Nesse sistema, existe uma engrenagem acoplada ao pedal e uma na roda traseira, enquanto uma corrente é responsável pela transmissão do movimento gerado pela “pedalada” do ciclista, da engrenagem da frente para a de trás, fazendo a roda girar.

No processo de evolução, surgiu o sistema de marchas para a bicicleta. São dois conjuntos de engrenagens, sendo um acoplado ao pedal (coroa) e outro à roda traseira (pinhão). Uma corrente é responsável pela ligação entre uma engrenagem da coroa e uma do pinhão, selecionadas pelo ciclista através de um mecanismo de seleção que fica, em muitas bicicletas, no guidão.



© BIRF

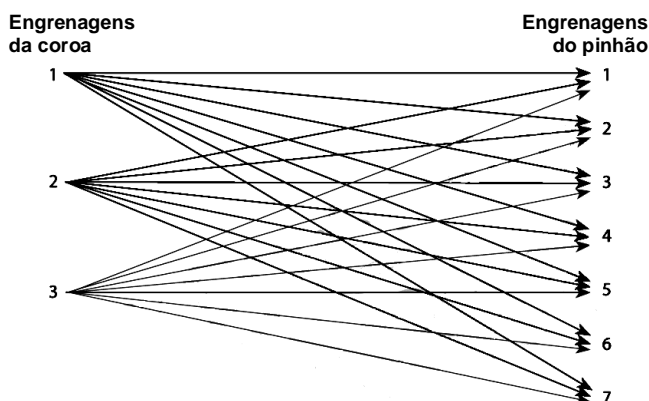
Bicicleta de 21 marchas



© BIRF

Engrenagens do pinhão

No caso da bicicleta acima, temos 3 engrenagens na coroa e 7 engrenagens no pinhão, de modo que podemos ter as seguintes ligações:



Como cada engrenagem da coroa pode ser ligada a cada uma das sete engrenagens do pinhão, temos que o número de marchas (ligação entre duas engrenagens pela corrente) é igual a:

$$N = 3 \times 7 = 21 \text{ marchas}$$

As marchas são escolhidas pelo ciclista de acordo com a necessidade de maior ou menor velocidade durante o percurso.

No cálculo acima, utilizamos o **princípio fundamental da contagem** (ou **princípio multiplicativo**), que diz que o número de maneiras de se realizar um processo composto por etapas (escolhas) sucessivas é igual ao produto do número de possibilidades de realização de cada uma de suas etapas.

Número de jogos da Mega-Sena

Quando entramos em uma casa lotérica e pegamos um cartão de Mega-Sena, deparamo-nos com um conjunto de 60 números, dos quais, em um jogo simples, devemos escolher 6.



O número de maneiras de fazermos essa escolha é chamado de **número de combinações simples de 60 elementos tomados 6 a 6**, simbolizado por C_{60}^6 . São 50 063 860 possibilidades de escolhermos um conjunto de 6 números, como por exemplo:

{10, 20, 30, 40, 50, 60} ; {12, 17, 21, 34, 43, 49} ; {01, 02, 03, 04, 05, 06}

Esse cálculo é feito através da expressão:

$$C_n^p = \frac{n!}{p! \cdot (n - p)!}$$

onde $n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 1$ (denominado **fatorial de n**), ou seja, o produto dos naturais não nulos de 1 a n . Nos casos em que, além de escolhermos os elementos, tivermos que contabilizar todas as possíveis ordenações entre eles, calculamos o **número de arranjos simples**. Em uma competição de atletismo, por exemplo, onde 8 corredores disputam uma prova de 100 m, o número de possibilidades para o pódio (com os 3 primeiros colocados) será dado pelo número de arranjos simples de 8 elementos tomados 3 a 3, que pode ser calculado através da expressão:

$$A_n^p = \frac{n!}{(n - p)!}$$

de modo que teremos:

$$A_8^3 = \frac{8!}{(8 - 3)!} = \frac{8!}{5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336 \text{ possibilidades.}$$

ANOTAÇÕES

Você consegue somar rapidamente os números naturais de 1 a 100?



© GAUß-GESELLSCHAFT GÖTTINGEN E. V.

▲ Carl Friedrich Gauss

Nascido em 30 de abril de 1777, o matemático **Carl Friedrich Gauss**, quando tinha por volta de 10 anos de idade, estava na sala de aula e seu professor, como forma de castigo aos alunos por mau comportamento, os fez calcular a soma dos números naturais de 1 a 100. Para surpresa do professor, Gauss realizou a tarefa muito

rapidamente, pois percebeu que as somas

$$1 + 100 ; 2 + 99 ; 3 + 98 ; \dots$$

de termos equidistantes aos extremos da sequência crescente formada por esses números eram todas iguais. Sendo assim, escreveu:

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$$

$$S = 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1$$

$$2S = 101 + 101 + 101 + \dots + 101,$$



onde a parcela 101 aparece 100 vezes. Dessa forma, obteve:

$$2S = 100 \cdot 101 = 10\,100 \Rightarrow S = 5\,050$$

Esse problema envolve o conceito de **progressões aritméticas**, que são sequências numéricas cuja principal característica é a diferença constante (chamada de razão da progressão) entre dois termos consecutivos, caso da sequência (1, 2, 3, 4, ..., 100), onde a diferença entre um termo e seu antecessor é sempre igual a 1. São expressões importantes das progressões aritméticas:

Termo geral: $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$ (r = razão da P.A.)

Soma dos termos: $S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$

COMPREENDEDO AS HABILIDADES

➔ **Habilidade 1** Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações – naturais, inteiros, racionais ou reais.

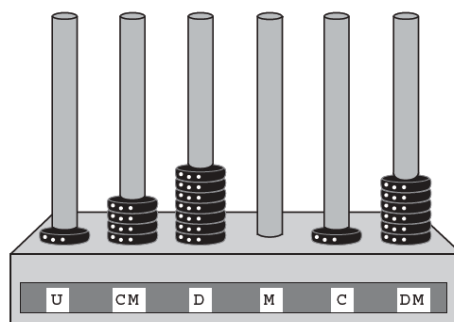
Significa saber interpretar as diversas formas de representação dos números, que variam de acordo com a realidade e a necessidade de cada sociedade. Babilônios, egípcios, maias, romanos, cada povo criou uma forma diferente de representar os números, cada um com uma lógica particular; até em áreas do nosso cotidiano podemos ver os números representados de maneiras diferentes: nas escalas musicais, na base binária de numeração usada em computação e em relógios de luz. Ter essa percepção é ver e compreender o mundo através dos números.

QUESTÃO 01



O ábaco é um antigo instrumento de cálculo que usa notação posicional de base dez para representar números naturais. Ele pode ser apresentado em vários modelos, um deles é formado por hastes apoiadas em uma base. Cada haste corresponde a uma posição no sistema decimal e nelas são colocadas argolas; a quantidade de argolas na haste representa o algarismo daquela posição. Em geral, colocam-se adesivos abaixo das hastes com os símbolos U, D, C, M, DM e CM que correspondem, respectivamente, a unidades, dezenas, centenas, unidades de milhar, dezenas de milhar e centenas de milhar, sempre começando com a unidade na haste da direita e as demais ordens do número no sistema decimal nas hastes subsequentes (da direita para esquerda), até a haste que se encontra mais à esquerda.

Entretanto, no ábaco da figura, os adesivos não seguiram a disposição usual.



Nessa disposição, o número que está representado na figura é

- A 46 171.
- B 147 016.
- C 171 064.
- D 460 171.
- E 610 741.

QUESTÃO 02



O LIRAA, Levantamento Rápido do Índice de Infestação por *Aedes aegypti*, consiste num mapeamento da infestação do mosquito *Aedes aegypti*. O LIRAA é dado pelo percentual do número de imóveis com focos do mosquito, entre os escolhidos de uma região em avaliação.

O serviço de vigilância sanitária de um município, no mês de outubro do ano corrente, analisou o LIRAA de cinco bairros que apresentaram o maior índice de infestação no ano anterior. Os dados obtidos para cada bairro foram:

- I. 14 imóveis com focos de mosquito em 400 imóveis no bairro;
- II. 6 imóveis com focos de mosquito em 500 imóveis no bairro;
- III. 13 imóveis com focos de mosquito em 520 imóveis no bairro;
- IV. 9 imóveis com focos de mosquito em 360 imóveis no bairro;
- V. 15 imóveis com focos de mosquito em 500 imóveis no bairro.

O setor de dedetização do município definiu que o direcionamento das ações de controle iniciarão pelo bairro que apresentou o maior índice do LIRAA.

Disponível em: <http://bvsmis.saude.gov.br>.
Acesso em: 28 out. 2015.

As ações de controle iniciarão pelo bairro

- A I.
- B II.
- C III.
- D IV.
- E V.

➔ **Habilidade 2** *Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem.*

Significa saber perceber as características de uma sequência de números, identificando seu padrão de construção. Além disso, refere-se à capacidade de estruturar métodos de contagem para a determinação do número de possibilidades de realização de um evento.

QUESTÃO 03

Uma empresa construirá sua página na internet e espera atrair um público de aproximadamente um milhão de clientes. Para acessar essa página, será necessária uma senha com formato a ser definido pela empresa. Existem cinco opções de formato oferecidas pelo programador, descritas no quadro, em que "L" e "D" representam, respectivamente, letra maiúscula e dígito.

Opção	Formato
I	LDDDDD
II	DDDDDD
III	LLDDDD
IV	DDDDD
V	LLLDD

As letras do alfabeto, entre as 26 possíveis, bem como os dígitos, entre os 10 possíveis, podem se repetir em qualquer das opções.

A empresa quer escolher uma opção de formato cujo número de senhas distintas possíveis seja superior ao número esperado de clientes, mas que esse número não seja superior ao dobro do número esperado de clientes.

A opção que mais se adequa às condições da empresa é

- A I.
- B II.
- C III.
- D IV.
- E V.

ANOTAÇÕES

QUESTÃO 04

Sob a orientação de um mestre de obras, João e Pedro trabalharam na reforma de um edifício. João efetuou reparos na parte hidráulica nos andares 1, 3, 5, 7, e assim sucessivamente, de dois em dois andares. Pedro trabalhou na parte elétrica nos andares 1, 4, 7, 10, e assim sucessivamente, de três em três andares. Coincidentemente, terminaram seus trabalhos no último andar. Na conclusão da reforma, o mestre de obras informou, em seu relatório, o número de andares do edifício. Sabe-se que, ao longo da execução da obra, em exatamente 20 andares, foram realizados reparos nas partes hidráulica e elétrica por João e Pedro.

Qual é o número de andares desse edifício?

- A 40
- B 60
- C 100
- D 115
- E 120

➔ **Habilidade 3** *Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos.*

Significa saber utilizar as operações numéricas na solução de problemas do cotidiano. Várias situações em nosso dia a dia podem ser solucionadas com um pouco de conhecimento da Teoria dos Números, como cálculo de m.m.c. e m.d.c., operações com frações e porcentagem, critérios de divisibilidade, dentre outros tópicos.

QUESTÃO 05

O colesterol total de uma pessoa é obtido pela soma da taxa do seu "colesterol bom" com a taxa do seu "colesterol ruim". Os exames periódicos, realizados em um paciente adulto, apresentaram taxa normal de "colesterol bom", porém, taxa do "colesterol ruim" (também chamado LDL) de 280 mg/dL.

O quadro apresenta uma classificação de acordo com as taxas de LDL em adultos.

Taxa de LDL (mg/dL)	
Ótima	Menor do que 100
Próxima de ótima	De 100 a 129
Limite	De 130 a 159
Alta	De 160 a 189
Muito alta	190 ou mais

Disponível em: www.minhavida.com.br.
Acesso em: 15 out. 2015 (adaptado).

O paciente, seguindo as recomendações médicas sobre estilo de vida e alimentação, realizou o exame logo após o primeiro mês, e a taxa de LDL reduziu 25%. No mês seguinte, realizou novo exame e constatou uma redução de mais 20% na taxa de LDL.

De acordo com o resultado do segundo exame, a classificação da taxa de LDL do paciente é

- A ótima.
- B próxima de ótima.
- C limite.
- D alta.
- E muito alta.

QUESTÃO 06



Uma empresa deseja iniciar uma campanha publicitária divulgando uma promoção para seus possíveis consumidores. Para esse tipo de campanha, os meios mais viáveis são a distribuição de panfletos na rua e anúncios na rádio local. Considera-se que a população alcançada pela distribuição de panfletos seja igual à quantidade de panfletos distribuídos, enquanto que a alcançada por um anúncio na rádio seja igual à quantidade de ouvintes desse anúncio. O custo de cada anúncio na rádio é de R\$ 120,00, e a estimativa é de que seja ouvido por 1 500 pessoas. Já a produção e a distribuição dos panfletos custam R\$ 180,00 cada 1 000 unidades. Considerando que cada pessoa será alcançada por um único desses meios de divulgação, a empresa pretende investir em ambas as mídias.

Considere X e Y os valores (em real) gastos em anúncios na rádio e com panfletos, respectivamente.

O número de pessoas alcançadas pela campanha será dado pela expressão

A $\frac{50X}{4} + \frac{50Y}{9}$

B $\frac{50X}{9} + \frac{50Y}{4}$

C $\frac{4X}{50} + \frac{4Y}{50}$

D $\frac{50}{4X} + \frac{50}{9Y}$

E $\frac{50}{9X} + \frac{50Y}{4Y}$

QUESTÃO 07



Um produtor de milho utiliza uma área de 160 hectares para as suas atividades agrícolas. Essa área é dividida em duas partes: uma de 40 hectares, com maior produtividade, e outra, de 120 hectares, com menor produtividade. A produtividade é dada pela razão entre a produção, em tonelada, e a área cultivada. Sabe-se que a área de 40 hectares tem produtividade igual a 2,5 vezes a da outra. Esse fazendeiro pretende aumentar sua produção total em 15%, aumentando o tamanho da sua propriedade. Para tanto, pretende comprar uma parte de uma fazenda vizinha, que possui a mesma produtividade da parte de 120 hectares de suas terras.

Qual é a área mínima, em hectare, que o produtor precisará comprar?

- A** 36
- B** 33
- C** 27
- D** 24
- E** 21

QUESTÃO 08



O gerente do setor de recursos humanos de uma empresa está organizando uma avaliação em que uma das etapas é um jogo de perguntas e respostas. Para essa etapa, ele classificou as perguntas, pelo nível de dificuldade, em fácil, médio e difícil, e escreveu cada pergunta em cartões para colocação em uma urna.

Contudo, após depositar vinte perguntas de diferentes níveis na urna, ele observou que 25% delas eram de nível fácil. Querendo que as perguntas de nível fácil sejam a maioria, o gerente decidiu acrescentar mais perguntas de nível fácil à urna, de modo que a probabilidade de o primeiro participante retirar, aleatoriamente, uma pergunta de nível fácil seja de 75%.

Com essas informações, a quantidade de perguntas de nível fácil que o gerente deve acrescentar à urna é igual a

- A** 10.
- B** 15.
- C** 35.
- D** 40.
- E** 45.

Habilidade 4 Avaliar a razoabilidade de um resultado numérico na construção de argumentos sobre afirmações quantitativas.

Significa saber analisar um conjunto de dados numéricos, perceber se estão representando de forma correta uma realidade apresentada e, a partir daí, elaborar argumentos que sirvam para justificar uma ação, opinião ou julgamento de caráter quantitativo.

QUESTÃO 09



Torneios de tênis, em geral, são disputados em sistema de eliminatória simples. Nesse sistema, são disputadas partidas entre dois competidores, com a eliminação do perdedor e promoção do vencedor para a fase seguinte. Dessa forma, se na 1ª fase o torneio conta com $2n$ competidores, então na 2ª fase restarão n competidores, e assim sucessivamente até a partida final.

Em um torneio de tênis, disputado nesse sistema, participam 128 tenistas.

Para se definir o campeão desse torneio, o número de partidas necessárias é dado por

- A** 2×128
- B** $64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2$
- C** $128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1$
- D** $128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2$
- E** $64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1$

ANOTAÇÕES

QUESTÃO 10

O Salão do Automóvel de São Paulo é um evento no qual vários fabricantes expõem seus modelos mais recentes de veículos, mostrando, principalmente, suas inovações em *design* e tecnologia.

Disponível em: <http://g1.globo.com>. Acesso em: 4 fev. 2015 (adaptado).

Uma montadora pretende participar desse evento com dois estandes, um na entrada e outro na região central do salão, expondo, em cada um deles, um carro compacto e uma caminhonete.

Para compor os estandes, foram disponibilizados pela montadora quatro carros compactos, de modelos distintos, e seis caminhonetes de diferentes cores para serem escolhidos aqueles que serão expostos. A posição dos carros dentro de cada estande é irrelevante.

Uma expressão que fornece a quantidade de maneiras diferentes que os estandes podem ser compostos é

- A A_{10}^4
- B C_{10}^4
- C $C_4^2 \times C_6^2 \times 2 \times 2$
- D $A_4^2 \times A_6^2 \times 2 \times 2$
- E $C_4^2 \times C_6^2$

QUESTÃO 11

Devido ao não cumprimento das metas definidas para a campanha de vacinação contra a gripe comum e o vírus H1N1 em um ano, o Ministério da Saúde anunciou a prorrogação da campanha por mais uma semana. A tabela apresenta as quantidades de pessoas vacinadas dentre os cinco grupos de risco até a data de início da prorrogação da campanha.

Balanço parcial nacional da vacinação contra a gripe			
Grupo de risco	População (milhão)	População já vacinada	
		(milhão)	(%)
Crianças	4,5	0,9	20
Profissionais de saúde	2,0	1,0	50
Gestantes	2,5	1,5	60
Indígenas	0,5	0,4	80
Idosos	20,5	8,2	40

Disponível em: <http://portalsaude.saude.gov.br>. Acesso em: 16 ago. 2012.

Qual é a porcentagem do total de pessoas desses grupos de risco já vacinadas?

- A 12
- B 18
- C 30
- D 40
- E 50

➔ **Habilidade 5** Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos.

Significa saber usar essa maravilhosa invenção do ser humano, o número, e suas operações na definição da melhor forma de agir sobre a realidade, ou seja, do processo de solução mais eficiente de uma situação-problema.

QUESTÃO 12

Uma pessoa ganhou uma pulseira formada por pérolas esféricas, na qual faltava uma das pérolas. A figura indica a posição em que estaria faltando esta pérola.



Ela levou a joia a um joalheiro que verificou que a medida do diâmetro dessas pérolas era 4 milímetros. Em seu estoque, as pérolas do mesmo tipo e formato, disponíveis para reposição, tinham diâmetros iguais a: 4,025mm; 4,100mm; 3,970mm; 4,080mm e 3,099mm.

O joalheiro então colocou na pulseira a pérola cujo diâmetro era o mais próximo do diâmetro das pérolas originais.

A pérola colocada na pulseira pelo joalheiro tem diâmetro, em milímetro, igual a

- A 3,099.
- B 3,970.
- C 4,025.
- D 4,080.
- E 4,100.

ANOTAÇÕES

QUESTÃO 13



De forma geral, os pneus radiais trazem em sua lateral uma marcação do tipo *abc/deRfg*, como 185/65R15. Essa marcação identifica as medidas do pneu da seguinte forma:

- *abc* é a medida da largura do pneu, em milímetro;
- *de* é igual ao produto de 100 pela razão entre a medida da altura (em milímetro) e a medida da largura do pneu (em milímetro);
- *R* significa radial;
- *fg* é a medida do diâmetro interno do pneu, em polegada.

A figura ilustra as variáveis relacionadas com esses dados.



O proprietário de um veículo precisa trocar os pneus de seu carro e, ao chegar a uma loja, é informado por um vendedor que há somente pneus com os seguintes códigos: 175/65R15, 175/75R15, 175/80R15, 185/60R15 e 205/55R15. Analisando, juntamente com o vendedor, as opções de pneus disponíveis, concluem que o pneu mais adequado para seu veículo é o que tem a menor altura.

Desta forma, o proprietário do veículo deverá comprar o pneu com a marcação

- A** 205/55R15.
- B** 175/65R15.
- C** 175/75R15.
- D** 175/80R15.
- E** 185/60R15.

PARTE 2

TEMA DE ESTUDO

Unidades de medida e escalas.

COMPREENDENDO A COMPETÊNCIA

Competência 3 Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

Refere-se à capacidade de identificar as grandezas (tudo que pode ser medido), entender seu papel de descrever quantitativa e qualitativamente os

fenômenos, fazer cálculos de medidas e usá-los na representação da realidade, na construção de argumentos e na solução de problemas do cotidiano.

Essa **competência** compreende as **habilidades 10, 11, 12, 13 e 14**.

COMPREENDENDO AS HABILIDADES

Habilidade 10 Identificar relações entre grandezas e unidades de medida.

Consiste em identificar as unidades de comprimento (metro [m], centímetro [cm]), de área de uma superfície (metro quadrado [m²], centímetro quadrado [cm²]) e de volume (metro cúbico [m³], centímetro cúbico [cm³]); consiste em transformar unidades em seus múltiplos e submúltiplos (tabelas de conversão, como por exemplo converter uma medida expressa em metros para centímetros) e identificar situações que envolvem cálculo de área e volume.

QUESTÃO 14



A maior piscina do mundo, registrada no livro *Guinness*, está localizada no Chile, em San Alfonso del Mar, cobrindo um terreno de 8 hectares de área.

Sabe-se que 1 hectare corresponde a 1 hectômetro quadrado.

Qual é o valor, em metros quadrados, da área coberta pelo terreno da piscina?

- A** 8
- B** 80
- C** 800
- D** 8 000
- E** 80 000

QUESTÃO 15



As exportações de soja do Brasil totalizaram 4,129 milhões de toneladas no mês de julho de 2012, e registraram um aumento em relação ao mês de julho de 2011, embora tenha havido uma baixa em relação ao mês de maio de 2012.

Disponível em: www.noticiasagricolas.com.br. Acesso em: 2 ago. 2012.

A quantidade, em quilogramas, de soja exportada pelo Brasil no mês de julho de 2012 foi de

- A** $4,129 \times 10^3$
- B** $4,129 \times 10^6$
- C** $4,129 \times 10^9$
- D** $4,129 \times 10^{12}$
- E** $4,129 \times 10^{15}$

ANOTAÇÕES

➔ **Habilidade 11** Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano.

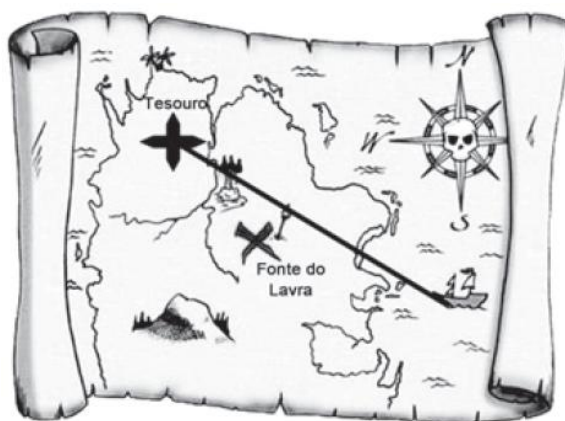
O termo escala nos remete imediatamente a representações cartográficas, mas na verdade o conceito é bem maior do que isso. Trata-se de uma maneira de representar, numérica ou graficamente, a variação de uma grandeza.

QUESTÃO 16



Um mapa é a representação reduzida e simplificada de uma localidade. Essa redução, que é feita com o uso de uma escala, mantém a proporção do espaço representado em relação ao espaço real.

Certo mapa tem escala 1 : 58 000 000.



Disponível em: <http://oblogdedaynabrigth.blogspot.com.br>.
Acesso em: 9 ago. 2012.

Considere que, nesse mapa, o segmento de reta que liga o navio à marca do tesouro meça 7,6 cm.

A medida real, em quilômetro, desse segmento de reta é

- A 4 408.
- B 7 632.
- C 44 080.
- D 76 316.
- E 440 800.

QUESTÃO 17



Em uma de suas viagens, um turista comprou uma lembrança de um dos monumentos que visitou. Na base do objeto há informações dizendo que se trata de uma peça em escala 1 : 400, e que seu volume é de 25 cm³.

O volume do monumento original, em metro cúbico, é de

- A 100.
- B 400.
- C 1 600.
- D 6 250.
- E 10 000.

😊 **ATENÇÃO, ESTUDANTE!** 👉

Para complementar o estudo deste Módulo, utilize seu LIVRO DIDÁTICO.

ANOTAÇÕES



MÓDULO 2

PARTE 1

TEMA DE ESTUDO

Reconhecimento de diversas formas de representação das informações, identificação de padrões, gráficos e tabelas; figuras planas e espaciais; solução de situações-problema, avaliação de propostas de intervenção na realidade.

COMPREENDENDO A COMPETÊNCIA

Competência 2 Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.



▲ Tarsila do Amaral. *Estrada de Ferro Central do Brasil*, 1924. Óleo sobre tela, 142 cm x 126 cm.

Refere-se à capacidade de reconhecer as figuras planas e espaciais, com suas respectivas propriedades, em situações do cotidiano.

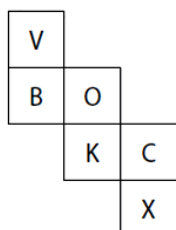
Essa **competência** compreende as **habilidades 6, 7, 8 e 9**.

SITUAÇÕES-PROBLEMA E CONCEITOS BÁSICOS

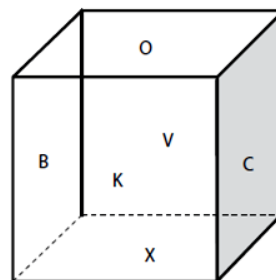
Durante uma aula de Matemática, um professor propôs um desafio aos seus alunos:

“Dobrando-se a planificação ao lado, reconstrói-se o cubo que a originou.

Qual a letra que fica na face oposta à que tem um X?”

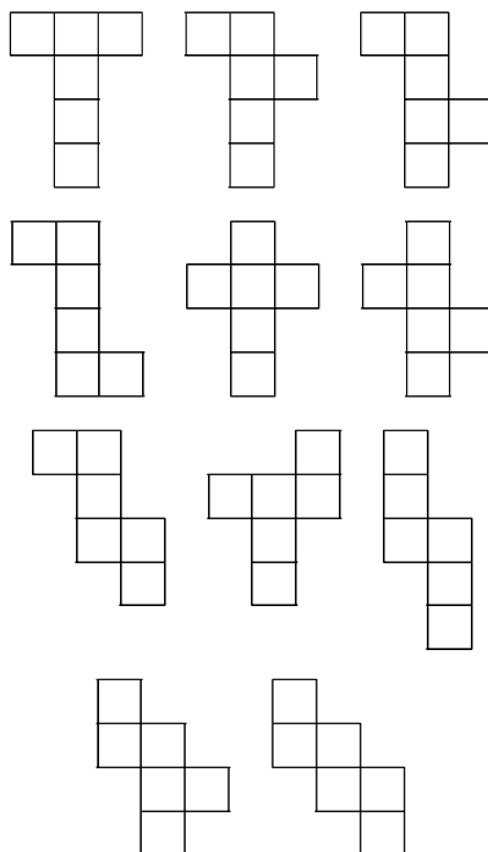


Rapidamente, um aluno conseguiu montar o cubo:



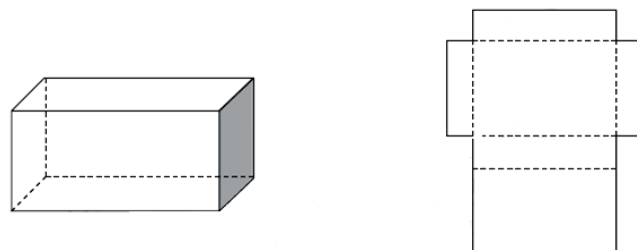
Portanto, a face oposta à face X é a O.

Seguem as 11 possibilidades para a planificação de um cubo:



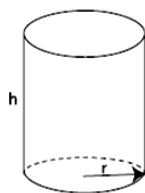
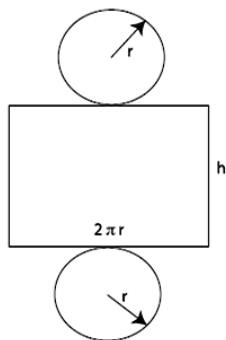
Veamos algumas planificações:

- Paralelepípedo reto-retângulo

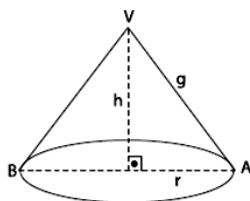
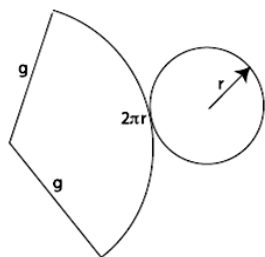


ANOTAÇÕES

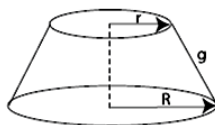
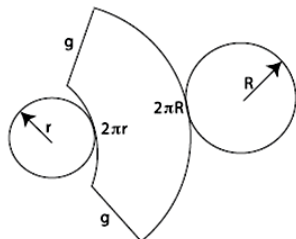
• Cilindro circular reto



• Cone circular reto



• Tronco de cone circular reto



Eis algumas características da **Bola Adidas Jabulani Oficial** da Copa do Mundo de 2010:

Peso:

440 gramas

Circunferência:

69 centímetros



© CATHERINE IVILL/AMA/CORBIS/LATINSTOCK

Diâmetro:

O diâmetro da bola é medido em 16 lugares diferentes e depois disso a média é calculada. A diferença entre o maior e o menor diâmetro deve estar dentro dos limites mais rigorosos:

- Padrão aprovado pela FIFA: diferença máxima de 1,5%
- Jabulani: diferença máxima de 1,0%

ANOTAÇÕES

◆ COMPREENDENDO AS HABILIDADES

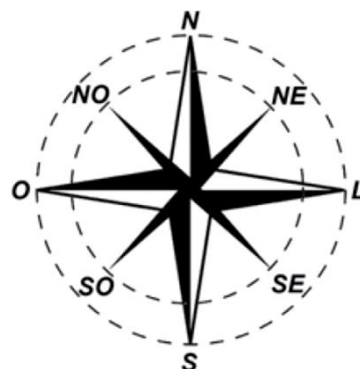
➔ **Habilidade 6** Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.

Procura identificar o reconhecimento da planificação de figuras espaciais, bem como representá-las no espaço bidimensional.

QUESTÃO 01



A rosa dos ventos é uma figura que representa oito sentidos, que dividem o círculo em partes iguais.



Uma câmera de vigilância está fixada no teto de um *shopping* e sua lente pode ser direcionada remotamente, através de um controlador, para qualquer sentido. A lente da câmera está apontada inicialmente no sentido Oeste e o seu controlador efetua três mudanças consecutivas, a saber:

- 1ª mudança: 135° no sentido anti-horário;
- 2ª mudança: 60° no sentido horário;
- 3ª mudança: 45° no sentido anti-horário.

Após a 3ª mudança, ele é orientado a reposicionar a câmera, com a menor amplitude possível, no sentido Noroeste (NO) devido a um movimento suspeito de um cliente.

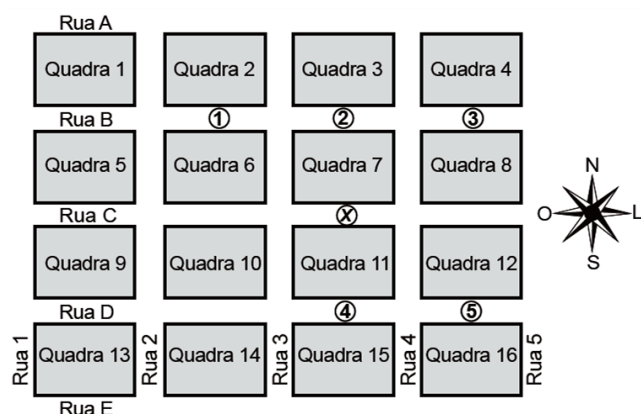
Qual mudança de sentido o controlador deve efetuar para reposicionar a câmera?

- A** 75° no sentido horário.
- B** 105° no sentido anti-horário.
- C** 120° no sentido anti-horário.
- D** 135° no sentido anti-horário.
- E** 165° no sentido horário.

ANOTAÇÕES

QUESTÃO 02

Um menino acaba de se mudar para um novo bairro e deseja ir à padaria. Pediu ajuda a um amigo que lhe forneceu um mapa com pontos numerados, que representam cinco locais de interesse, entre os quais está a padaria. Além disso, o amigo passou as seguintes instruções: a partir do ponto em que você se encontra, representado pela letra X, ande para oeste, vire à direita na primeira rua que encontrar, siga em frente e vire à esquerda na próxima rua. A padaria estará logo a seguir.

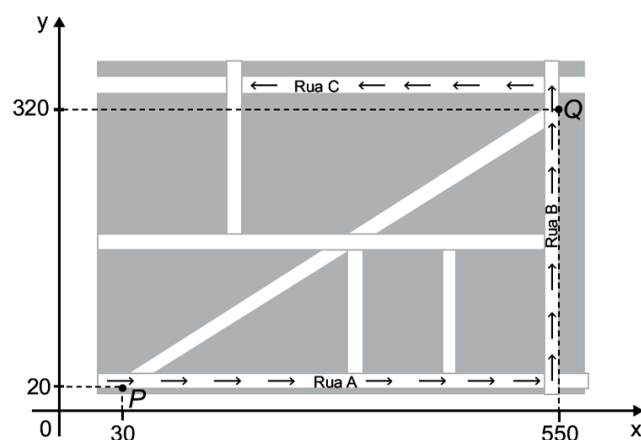


A padaria está representada pelo ponto numerado com

- A** 1.
- B** 2.
- C** 3.
- D** 4.
- E** 5.

QUESTÃO 03

Devido ao aumento do fluxo de passageiros, uma empresa de transporte coletivo urbano está fazendo estudos para a implantação de um novo ponto de parada em uma determinada rota. A figura mostra o percurso, indicado pelas setas, realizado por um ônibus nessa rota e a localização de dois de seus atuais pontos de parada, representados por P e Q.



Os estudos indicam que o novo ponto T deverá ser instalado, nesse percurso, entre as paradas já existentes P e Q, de modo que as distâncias percorridas pelo ônibus entre os pontos P e T e entre os pontos T e Q sejam iguais.

De acordo com os dados, as coordenadas do novo ponto de parada são

- A** (290 ; 20).
- B** (410 ; 0).
- C** (410 ; 20).
- D** (440 ; 0).
- E** (440 ; 20).

➔ **Habilidade 7** Identificar características de figuras planas ou espaciais.

Refere-se à capacidade de reconhecer as figuras planas e espaciais e suas respectivas propriedades.

QUESTÃO 04

O remo de assento deslizante é um esporte que faz uso de um barco e dois remos do mesmo tamanho.

A figura mostra uma das posições de uma técnica chamada afastamento.



Disponível em: www.remobrasil.com.
Acesso em: 6 dez. 2017 (adaptado).

Nessa posição, os dois remos se encontram no ponto A e suas outras extremidades estão indicadas pelos pontos B e C. Esses três pontos formam um triângulo ABC cujo ângulo BÂC tem medida de 170°.

O tipo de triângulo com vértices nos pontos A, B e C, no momento em que o remador está nessa posição, é

- A** retângulo escaleno.
- B** acutângulo escaleno.
- C** acutângulo isósceles.
- D** obtusângulo escaleno.
- E** obtusângulo isósceles.

ANOTAÇÕES

QUESTÃO 05

Um casal realiza sua mudança de domicílio e necessita colocar numa caixa de papelão um objeto cúbico, de 80 cm de aresta, que não pode ser desmontado. Eles têm à disposição cinco caixas, com diferentes dimensões, conforme descrito:

- Caixa 1: 86 cm x 86 cm x 86 cm
- Caixa 2: 75 cm x 82 cm x 90 cm
- Caixa 3: 85 cm x 82 cm x 90 cm
- Caixa 4: 82 cm x 95 cm x 82 cm
- Caixa 5: 80 cm x 95 cm x 85 cm

O casal precisa escolher uma caixa na qual o objeto caiba, de modo que sobre o menor espaço livre em seu interior.

A caixa escolhida pelo casal deve ser a de número

- A** 1.
- B** 2.
- C** 3.
- D** 4.
- E** 5.

➔ **Habilidade 8** Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.

Caracteriza-se por resolver problemas de geometria (plana e espacial) que envolvam conhecimentos de cálculos de áreas, volumes, relações métricas, entre outros.

QUESTÃO 06

Uma empresa de comunicação tem a tarefa de elaborar um material publicitário de um estaleiro para divulgar um novo navio, equipado com um guindaste de 15 m de altura e uma esteira de 90 m de comprimento. No desenho desse navio, a representação do guindaste deve ter sua altura entre 0,5 cm e 1 cm, enquanto a esteira deve apresentar comprimento superior a 4 cm. Todo o desenho deverá ser feito em uma escala 1 : X.

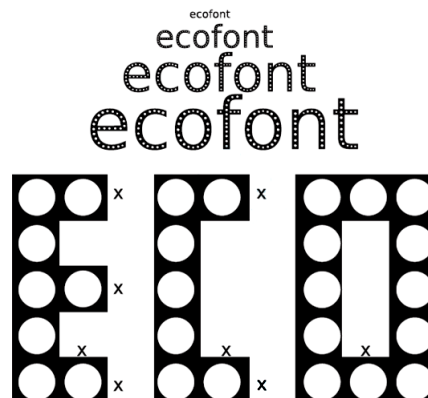
Os valores possíveis para X são, apenas,

- A** $X > 1500$.
- B** $X < 3000$.
- C** $1500 < X < 2250$.
- D** $1500 < X < 3000$.
- E** $2250 < X < 3000$.

ANOTAÇÕES

QUESTÃO 07

A Ecofont possui *design* baseado na velha fonte Vera Sans. Porém, ela tem um diferencial: pequenos buracinhos circulares congruentes, e em todo o seu corpo, presentes em cada símbolo. Esses furos proporcionam um gasto de tinta menor na hora da impressão.



Disponível em: www.goo.gl.
Acesso em: 2 dez. 2017 (adaptado).

Suponha que a palavra ECO esteja escrita nessa fonte, com tamanho 192, e que seja composta por letras formadas por quadrados de lados x com furos circulares de raio $r = \frac{x}{3}$. Para que a área a ser pintada

seja reduzida a $\frac{1}{16}$ da área inicial, pretende-se reduzir o tamanho da fonte. Sabe-se que, ao alterar o tamanho da fonte, o tamanho da letra é alterado na mesma proporção.

Nessas condições, o tamanho adequado da fonte será

- A** 64.
- B** 48.
- C** 24.
- D** 21.
- E** 12.

QUESTÃO 08

Uma empresa especializada em conservação de piscinas utiliza um produto para tratamento da água cujas especificações técnicas sugerem que seja adicionado 1,5 mL desse produto para cada 1000 L de água da piscina. Essa empresa foi contratada para cuidar de uma piscina de base retangular, de profundidade constante igual a 1,7 m, com largura e comprimento iguais a 3 m e 5 m, respectivamente. O nível da lâmina d'água dessa piscina é mantido a 50 cm da borda da piscina.

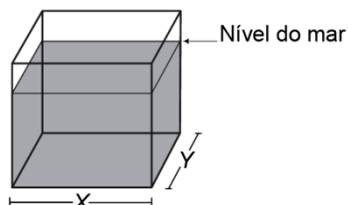
A quantidade desse produto, em mililitro, que deve ser adicionada a essa piscina de modo a atender às suas especificações técnicas é

- A** 11,25.
- B** 27,00.
- C** 28,80.
- D** 32,25.
- E** 49,50.

QUESTÃO 09



Viveiros de lagostas são construídos, por cooperativas locais de pescadores, em formato de prismas reto-retangulares, fixados ao solo e com telas flexíveis de mesma altura, capazes de suportar a corrosão marinha. Para cada viveiro a ser construído, a cooperativa utiliza integralmente 100 metros lineares dessa tela, que é usada apenas nas laterais.



Quais devem ser os valores de X e de Y , em metro, para que a área da base do viveiro seja máxima?

- A 1 e 49
- B 1 e 99
- C 10 e 10
- D 25 e 25
- E 50 e 50

➔ **Habilidade 9** Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Caracteriza-se por utilizar conhecimentos de geometria plana e espacial para resolver problemas do cotidiano.

QUESTÃO 10



Um artesão possui potes cilíndricos de tinta cujas medidas externas são 4 cm de diâmetro e 6 cm de altura. Ele pretende adquirir caixas organizadoras para armazenar seus potes de tinta, empilhados verticalmente com tampas voltadas para cima, de forma que as caixas possam ser fechadas.

No mercado, existem cinco opções de caixas organizadoras, com tampa, em formato de paralelepípedo reto-retângulo, vendidas pelo mesmo preço, possuindo as seguintes dimensões internas:

Modelo	Comprimento (cm)	Largura (cm)	Altura (cm)
I	8	8	40
II	8	20	14
III	18	5	35
IV	20	12	12
V	24	8	14

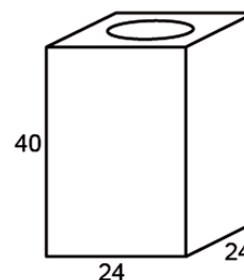
Qual desses modelos o artesão deve adquirir para conseguir armazenar o maior número de potes por caixa?

- A I
- B II
- C III
- D IV
- E V

QUESTÃO 11



Uma lata de tinta, com a forma de um paralelepípedo retangular reto, tem as dimensões, em centímetros, mostradas na figura.



Será produzida uma nova lata, com os mesmos formato e volume, de tal modo que as dimensões de sua base sejam 25% maiores que as da lata atual.

Para obter a altura da nova lata, a altura da lata atual deve ser reduzida em

- A 14,4%
- B 20,0%
- C 32,0%
- D 36,0%
- E 64,0%

ANOTAÇÕES

PARTE 2

TEMA DE ESTUDO

Triângulo retângulo; razões trigonométricas e relações métricas; semelhança de figuras planas; polígonos regulares.

COMPREENDENDO A COMPETÊNCIA

Competência 3 Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

Refere-se à capacidade de identificar as grandezas (tudo que pode ser medido), entender seu papel de descrever quantitativa e qualitativamente os fenômenos, fazer cálculos de medidas e usá-los na representação da realidade, na construção de argumentos e na solução de problemas do cotidiano.

Essa **competência** compreende as **habilidades 10, 11, 12, 13 e 14**.

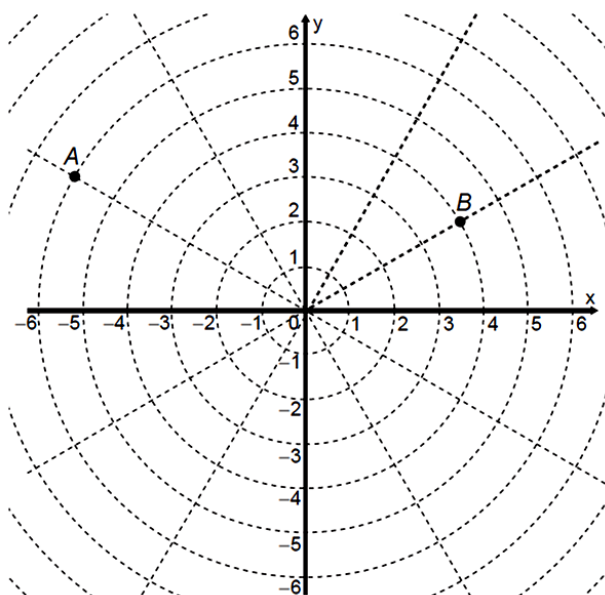
COMPREENDENDO AS HABILIDADES

Habilidade 12 Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas.

Significa saber utilizar a noção de grandezas e suas medidas na resolução de problemas do cotidiano. Medir áreas e perímetros de terrenos, volumes de recipientes, alturas de construções são práticas comuns em nosso dia a dia que requerem identificação de grandezas, conhecimento de unidades de medidas relacionadas a essas grandezas e suas conversões, além de prática em métodos geométricos.

QUESTÃO 12

Sobre um sistema cartesiano, considera-se uma malha formada por circunferências de raios com medidas dadas por números naturais e por 12 semirretas com extremidades na origem, separadas por ângulos de $\frac{\pi}{6}$ rad, conforme a figura.



Suponha que os objetos se desloquem apenas pelas semirretas e pelas circunferências dessa malha, não podendo passar pela origem (0; 0).

Considere o valor de π com aproximação de, pelo menos, uma casa decimal.

Para realizar o percurso mais curto possível ao longo da malha, do ponto B até o ponto A, um objeto deve percorrer uma distância igual a

A $\frac{2 \cdot \pi \cdot 1}{3} + 8$

B $\frac{2 \cdot \pi \cdot 2}{3} + 6$

C $\frac{2 \cdot \pi \cdot 3}{3} + 4$

D $\frac{2 \cdot \pi \cdot 4}{3} + 2$

E $\frac{2 \cdot \pi \cdot 5}{3} + 2$

QUESTÃO 13

Às 17h15min começa uma forte chuva, que cai com intensidade constante. Uma piscina em forma de um paralelepípedo retângulo, que se encontrava inicialmente vazia, começa a acumular a água da chuva e, às 18 horas, o nível da água em seu interior alcança 20 cm de altura. Nesse instante, é aberto o registro que libera o escoamento da água por um ralo localizado no fundo dessa piscina, cuja vazão é constante. Às 18h40min a chuva cessa e, nesse exato instante, o nível da água na piscina baixou para 15 cm.

O instante em que a água dessa piscina terminar de escoar completamente está compreendido entre

A 19h30min e 20h10min.

B 19h20min e 19h30min.

C 19h10min e 19h20min.

D 19h e 19h10min.

E 18h40min e 19h.

ANOTAÇÕES

QUESTÃO 14



A London Eye é uma enorme roda-gigante na capital inglesa. Por ser um dos monumentos construídos para celebrar a entrada do terceiro milênio, ela também é conhecida como Roda do Milênio. Um turista brasileiro, em visita à Inglaterra, perguntou a um londrino o diâmetro (destacado na imagem) da Roda do Milênio e ele respondeu que ele tem 443 pés.



Disponível em: www.mapadelondres.org. Acesso em: 14 maio 2015 (adaptado).

Não habituado com a unidade pé, e querendo satisfazer sua curiosidade, esse turista consultou um manual de unidades de medidas e constatou que 1 pé equivale a 12 polegadas, e que 1 polegada equivale a 2,54 cm. Após alguns cálculos de conversão, o turista ficou surpreso com o resultado obtido em metros.

Qual a medida que mais se aproxima do diâmetro da Roda do Milênio, em metro?

- A** 53
- B** 94
- C** 113
- D** 135
- E** 145

ANOTAÇÕES

➔ **Habilidade 13** Avaliar o resultado de uma medição na construção de um argumento consistente.

Significa saber interpretar medições feitas de grandezas para elaboração de argumentos que sirvam para justificar uma ação, opinião ou julgamento.

QUESTÃO 15



Em um aeroporto, os passageiros devem submeter suas bagagens a uma das cinco máquinas de raio-X disponíveis ao adentrarem a sala de embarque. Num dado instante, o tempo gasto por essas máquinas para escanear a bagagem de cada passageiro e o número de pessoas presentes em cada fila estão apresentados em um painel, como mostrado na figura.

Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3	Máquina 4	Máquina 5
35 segundos 5 pessoas	25 segundos 6 pessoas	22 segundos 7 pessoas	40 segundos 4 pessoas	20 segundos 8 pessoas

Um passageiro, ao chegar à sala de embarque desse aeroporto no instante indicado, visando esperar o menor tempo possível, deverá se dirigir à máquina

- A** 1.
- B** 2.
- C** 3.
- D** 4.
- E** 5.

QUESTÃO 16



Para garantir a segurança de um grande evento público que terá início às 4 h da tarde, um organizador precisa monitorar a quantidade de pessoas presentes em cada instante. Para cada 2 000 pessoas se faz necessária a presença de um policial. Além disso, estima-se uma densidade de quatro pessoas por metro quadrado de área de terreno ocupado. Às 10 h da manhã, o organizador verifica que a área de terreno já ocupada equivale a um quadrado com lados medindo 500 m. Porém, nas horas seguintes, espera-se que o público aumente a uma taxa de 120 000 pessoas por hora até o início do evento, quando não será mais permitida a entrada de público.

Quantos policiais serão necessários no início do evento para garantir a segurança?

- A** 360
- B** 485
- C** 560
- D** 740
- E** 860

ANOTAÇÕES

➔ **Habilidade 14** Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.

Significa saber utilizar métodos geométricos para fazer medições de grandezas na definição da melhor forma de agir sobre a realidade, do processo de solução mais eficiente de uma situação-problema.

QUESTÃO 17



Alguns exames médicos requerem uma ingestão de água maior do que a habitual. Por recomendação médica, antes do horário do exame, uma paciente deveria ingerir 1 copo de água de 150 mililitros a cada meia hora, durante as 10 horas que antecederiam um exame. A paciente foi a um supermercado comprar água e verificou que havia garrafas dos seguintes tipos:

- Garrafa I: 0,15 litro
- Garrafa II: 0,30 litro
- Garrafa III: 0,75 litro
- Garrafa IV: 1,50 litro
- Garrafa V: 3,00 litros

A paciente decidiu comprar duas garrafas do mesmo tipo, procurando atender à recomendação médica e, ainda, de modo a consumir todo o líquido das duas garrafas antes do exame.

Qual o tipo de garrafa escolhida pela paciente?

- A I
- B II
- C III
- D IV
- E V

😊 **ATENÇÃO, ESTUDANTE!** ➔

Para complementar o estudo deste Módulo, utilize seu LIVRO DIDÁTICO.

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

REFERENCIAL BIBLIOGRÁFICO

ABRIL. **Guia do estudante – Matemática 2018: vestibular + Enem**. São Paulo: Abril, 2018.

_____. **Guia do estudante: Enem 2018**. São Paulo: Abril, 2018.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Relatório Pedagógico: Exame Nacional do Ensino Médio**. Brasília: MEC/Inep, edições de 2009 a 2012.

_____. **Banco Nacional de Itens (BNI): Exame Nacional do Ensino Médio**. Brasília: MEC/Inep, edições de 2009 a 2018.

_____. **Exame Nacional do Ensino Médio: fundamentação teórico-metodológica**. Brasília: MEC/Inep, 2006.

_____. **Exame Nacional do Ensino Médio 2009: textos teóricos e metodológicos**. Brasília: MEC/Inep, 2009.

_____. **Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos (Encceja): Matemática e suas Tecnologias**. Livro do estudante: ensino médio. 2. ed. Brasília: MEC/Inep, 2006.

_____. **Guia de elaboração e revisão de itens**. Brasília: MEC/Inep, 2010. v. 1.

PAIVA, Manoel Rodrigues. **Matemática: ensino médio**. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2010. 3 v.

SITES

<http://www.inep.gov.br>

<http://www.google.com.br>

<http://www.uol.com.br>

